2015 年 1 月 水运工程 Jan. 2015
第 1 期 总第 499 期 Port & Waterway Engineering No. 1 Serial No. 499

基于有限元法的耙齿土壤切削仿真

刘修成，何炎平，赵永生
（上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院，上海 200240）

摘要：针对耙吸挖泥船耙齿切削土壤的问题，提出了基于有限元的数值模拟方法。建立了耙齿和土壤的三维力学分析模型，充分考虑到土体的黏塑性并将修正的 Drucker-Prager 土壤模型作为土体的非线性有限元模型。利用 LS-DYNA 软件的动态显式算法对过程进行模拟，分析了不同切削深度以及不同切削速度下所得到的切削阻力，并通过理论方法对结果进行对比分析，验证了 ALE（Arbitrary-Lagrange-Euler）算法在切削大变形问题上的可靠性，为耙齿进一步研究奠定基础。

关键词：耙齿；土壤切削；ALE 算法；切削阻力

中图分类号：U 674.31 **文献标志码**：A **文章编号**：1002-4972(2015)01-0032-05

Simulation of soil cutting using rake based on FEM

LIU Xiu-cheng, HE Yan-ping, ZHAO Yong-sheng
(School of Naval Architecture, Ocean & Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: This paper presents a numerical simulation method based on FEM for the problem of soil cutting using the rake, establishes the three dimensional analytical model for both the rake and soil, taking the visco-plasticity of soil into full consideration and using the revised Drucker-Prager model as the soil model. The simulation utilizes the dynamic explicit algorithm of LS-DYNA software to analyze the cutting resistance at different cutting velocities and depths, and compares the results with theoretical ones, which confirms that the Arbitrary-Lagrange-Euler (ALE) method can be reliable in dealing with the problem of soil tool interaction and lays a foundation for further study in the rake design.

Keywords: rake; soil cutting; ALE; cutting resistance

耙吸挖泥船是一种配备有耙头和水力吸泥装置的大型自航、装舱式的挖泥船。以其机动灵活、效率高、抗风浪力强的特点，主要用于沿海港口、内陆河道的疏浚作业。

近年来，针对耙齿土壤切削过程的研究，主要有模型试验和数值仿真两种途径。文献[1]通过试验的方法模拟了耙齿切削饱和硬质土的过程，阐明了辅助高压冲水可以显著降低切削阻力。数值仿真主要采用离散单元法（DEM）和有限单元法（FEM）[2-3]。它具有周期短、花费小的优点，但由于土壤材料特性、失效形式复杂，以及切削过程中非线性和大变形问题的存在，使得土壤切削的数值模拟具有较大的难度[4]。

本文分别采用传统 Lagrange 方法与 ALE（Arbitrary-Lagrange-Euler）方法对耙齿土壤切削进行仿真模拟，揭示了 ALE 在模拟切削大变形时的优势，并对仿真过程进行分析，旨在探讨土壤的变形状况、破坏形式和耙齿切削阻力的预测，为减小挖掘时的阻力以及耙齿部件的磨损提供可靠的依据。

收稿日期：2014-05-12

作者简介：刘修成（1989—），男，硕士研究生，从事耙吸挖泥船耙头黏性土壤切削的研究。

1　Lagrange 方法和 ALE 方法基本理论

Lagrange 方法以物质坐标为基础，用于计算的网格和分析的结构是一体的，有限元节点即为物质点，分析结构的形状变化和有限单元网格的变化完全一致，物质不会在单元之间发生流动。这种方法能非常精确地描述结构边界的运动。

ALE 最早是为了解决流体动力学问题而引入的，Donea 等将 ALE 法运用到有限元中，用于求解流体与结构相互作用的问题。Hughes 等建立了 ALE 方法描述的运动学理论，使得 ALE 算法可以克服固体大变形数值计算的难题[5]。该方法的一个重要特征是其计算网格独立于物质坐标和空间坐标，引入了 Lagrange 方法有效跟踪物质结构边界的特点；其次在内部网格的处理上，吸收了 Euler方法的长处，使内部网格单元独立于物质实体而存在，并可以根据定义的参数在求解过程中适当调整，使得网格不致出现严重的畸变。

如图 1 所示，在 ALE 方法中，网格及物质运动表示为：

物质运动：$x = \phi(X,\ t)$　　（1）

网格运动：$x = \phi_r(\xi,\ t)$　　（2）

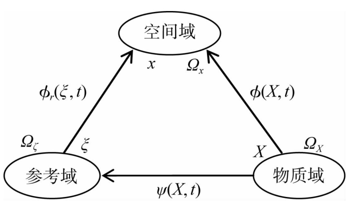


图 1　ALE 的运动描述

式中：x 为空间坐标；X 为物质坐标；ξ 为参考坐标或是 ALE 坐标。函数 ϕ（X，t）将物体从物质域 Ω_X 映射到空间域 Ω_x；函数 $\phi_r(\xi,t)$将物体从参考域 Ω_ξ 映射到空间域 Ω_x。根据式(1)和(2)可以求得参考域内物质点的坐标为：

$$\xi = \phi_r^{-1}(x,t) = \phi_r^{-1}[\phi(X,t),t] = \psi(X,t) \quad (3)$$

根据式(1)和(3)可以求得空间域内物质点坐标为：

$$x = \phi_r(\xi,t) = \phi_r[\psi(X,t),t] \quad (4)$$

而在空间域内物质点的运动速度 v 和参考点的运动速度 u 则由下式表示：

$$\begin{cases} v = \left.\dfrac{\partial \phi(X,t)}{\partial t}\right|_X \\ u = \left.\dfrac{\partial \phi_r(\xi,t)}{\partial t}\right|_\xi \end{cases} \quad (5)$$

在 ALE 描述中，参考构形（计算网格）的运动规律可以是任意给定的，当参考构形与物质构形重合时，即 $u = v$ 时，ALE 描述退化为 Lagrangian 描述；当参考构形在空间中固定不动时，即 $u = 0$ 时，ALE 描述转化为 Eulerian 描述；当 $u \neq v \neq 0$ 时，则对应于一般的 ALE 描述。物质构形与参考构形之间的相对速度就是物质速度，相对速度通常也称为输送项。LS-DYNA 程序中的 ALE 实现方式是通过两个阶段实现的：1）光滑步（smooth step）：保持变形后的物体边界条件，对内部单元进行重分网格，网格的拓扑关系保持不变；2）输送步（advection step）：将变形网格中的单元变量（密度、能量、应力张量等）和节点速度矢量输送到重分后的网格中。

2　土壤失效准则和材料模型

一般在外载荷作用下，土壤的状态与载荷大小呈现较复杂的关系：当外载荷较小时，土壤表现为线弹性；当外载荷继续增加，应力超过弹性极限时，土壤中某一点或某些点进入塑性状态，判断土壤开始进入塑性状态的准则或条件称为屈服条件。土壤主要的屈服准则包括 Mises 条件、Mohr-Coulomb 条件（摩尔-库仑屈服准则）、Druker-Prager 条件。

Mohr-Coulomb 强度理论能够较好地描述土壤的强度特性，因而在土壤动力学领域得到了广泛的应用，然而由于 Mohr-Coulomb 准则在三维空间屈服面为不规则的六角锥体表面，在 π 平面上的图形存在尖顶和棱角，给数值计算带来困难。

Druker 等对 Mohr-Coulomb 条件进行改进，在主应力空间的屈服面为光滑圆锥，数值计算效率高，在实际有限元计算中获得了比较广泛的应用[6]。

对土壤进行切削模拟，土壤本构关系的选择对模拟的准确性影响很大。本文采用的材料为

MAT147（MAT_ FHWA_ SOIL），该模型是基于 Mohr-Coulomb 准则修正的 Druker-Prager 准则[7]，其屈服面函数表达式为：

$$F = -P\sin\phi + \sqrt{J_2 K(\theta)^2 + Ahyp^2 \sin^2\phi} - c\cos\phi = 0 \tag{6}$$

式中：P 为净水压力值；ϕ 为内摩擦角；c 为粘聚力；J_2 为第二应力偏张量不变量；$K(\theta)$ 为与 Lode 角相关的函数；$Ahyp$ 为修正系数。修正后的屈服函数更为光滑，数值计算易收敛。

3 耙齿切削土壤的建模

耙吸挖泥船挖掘土壤的主要部件是安装在耙头上的一排耙齿，为了研究单个耙齿土壤的切削过程，选取 ESCO 公司生产的 Helilok 铲齿，该耙齿主要挖掘沙土或黏土。考虑到建模和计算成本，对耙齿进行简化处理，并对简化后耙齿模型进行网格划分（图 2），耙齿模型采用 Lagrange 算法，约束除去沿 x 轴负方向平动外的所有自由度。由于耙齿的硬度比土壤的硬度高得多，因此建模时，将其看作刚体，不考虑耙齿的变形和磨损。其材料参数为：密度 $\rho = 7\ 850\ \mathrm{kg/m^3}$，泊松比 $\upsilon = 0.26$，弹性模量 $E = 210$ GPa。

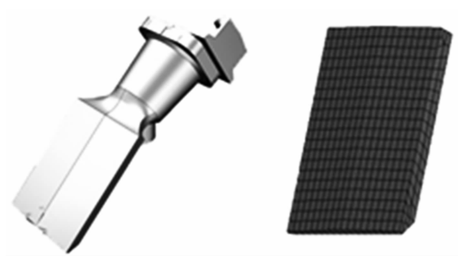
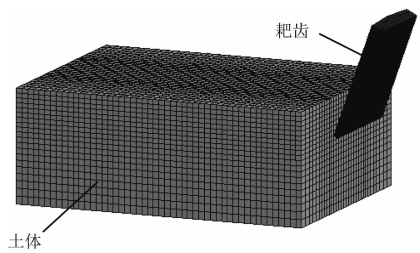


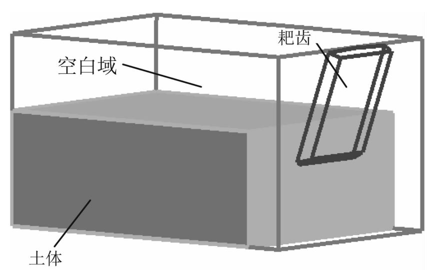
图 2 耙齿及其简化有限元模型

仿真中选用的泥土是上海地区常见的软塑性黏土，本文主要研究的是耙齿切削土壤的过程，因此没有考虑水下因素对切削的影响，土壤三维尺寸为 0.4 m × 0.3 m × 0.15 m。单元类型为 Solid164实体单元，网格采用六面体八节点的映射网格。土壤模型的边界条件设定为：土壤底面自由度全约束，左侧界面和两个侧面采用无反射边界条件约束。软塑性黏土的主要物理参数为：密度 2.16 $\mathrm{t/m^3}$，土粒相对密度 2.65，内聚力 6.2 kPa，内摩擦角 ϕ 为 25°，体积模量 E 为 3.25 MPa，剪切模量 G 为 1.3 MPa，含水量 10%。

模型 1（图 3a））中土壤采用的是 Lagrangian 算法，添加耙齿与土壤之间的接触为面面侵蚀接触选项 * ERODING_ SURFACE_ TO_ SURFACE，当表面单元失效后，程序自动继续在结构内部定义新的接触面。模型 2（图 3b））中除了要建立土壤和耙齿的模型外，还要建立一定的空白域，该空白域与土壤模型有相同的材料属性，利用 * INITIAL_ VOID_ PART 对空白域进行初始化。耙齿和土壤之间采用的是基于罚函数的耦合算法，使用 * CONSTRAINED_ LAGRANGE_ IN_ SOILD 关键字进行定义。两个模型中耙齿的齿宽为 0.11 m，齿前角为 70°，切削深度为 0.05 m，切削速度取 0.6 m/s，仿真时间设定为 0.4 s。



a) Lagrange算法



b) ALE算法

图 3 土壤切削模型

4 耙齿切削三维力学模型建立

对于刀具和土壤之间的接触力，国内外学者建立了许多力学模型。作为近似估算和参考，以崔国华等建立的切刀与土体的相互作用力学模型[8]为基础，考虑土壤的极限承载力、耙齿刀刃与土体的摩擦阻力以及土体之间粘聚力等因素的影响，建立耙齿切削力计算模型（图 4），耙齿形成剪切破坏，土体移动边界由直线段 $\overline{CD}$、对数段

螺旋曲线$\widehat{BC}$组成，其塑性区域可分为：区域 $ABCE$ 为极限平衡区；区域曲边三角形 CED 为郎肯被动区，$\widehat{BC}$为对数螺旋曲线，方程为

$$r=\overline{AB}\exp(\varphi\tan\phi) \tag{7}$$

式中：φ 为极角，是极径与$\overline{AB}$的夹角；r 为极径。

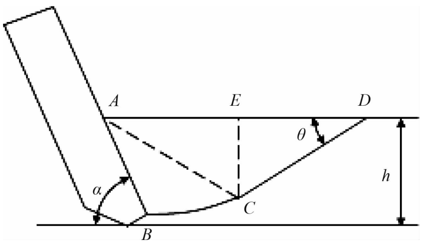


图 4　切削土体的破坏

取切断土体 $ABCE$ 作为脱离体，考虑平衡条件进行受力分析，见图 5，作用在脱离体上的力包括：$\overline{CE}$面上的被动土压力 P_1，$\widehat{BC}$面上的粘聚力 P_2 以及支持力 P_3，$\overline{AB}$面上的被动土压力 P_4 以及沿$\overline{AB}$面的滑动摩擦力 P_5。因切断土体较小，且流动速度较慢，此处暂不考土体的重力和惯性力。

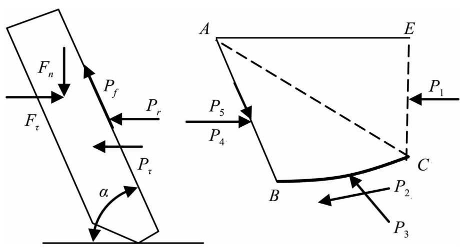


图 5　耙齿及切削土体受力

耙齿在切削的方向上受到郎肯被动土压力 P_r 的作用；耙齿在切削的过程中，土沿齿面向上滑动，有摩擦力 P_f 作用于耙齿的表面；而耙齿侧面受到土体剪断时的抗剪阻力 P_τ。这 3 种切阻力需要水平方向上的切削力 F_τ 和竖直方向上的预压力 P_n 来克服。

1）将以上各力对 A 点求矩，根据力矩平衡可以推导出$\overline{AB}$面上的被动土压力，由于 P_4 和 P_r 为作用力与反作用力，则 Rankine 被动土压力为

$$P_r=P_4=\frac{bhK_e}{\sin^2\alpha}\left(\frac{1}{2}\rho ghK_p+2c\sqrt{K_p}\right)\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right)+\frac{cbh\cos^2\phi}{\sin^2\alpha\sin\phi}(K_e-1) \tag{8}$$

其中

$$K_e=\exp\left[\left(2\alpha+\phi-\frac{\pi}{2}\right)\tan\phi\right] \tag{9}$$

$$K_p=\tan^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right) \tag{10}$$

式中：K_e 和 K_p 为被动土压力系数；ρ 为土壤密度；c 为粘聚力；ϕ 为内摩擦角；α 为齿前角；b 为耙齿宽度；h 为耙齿入土深度。

2）耙齿在切削土壤过程中，土沿齿面向上滑动，摩擦力 P_f 是由作用于齿面上的法向压力产生的，故

$$P_f=P_r\mu_1\sin\alpha \tag{11}$$

式中：μ_1 为土与钢的摩擦系数。

3）耙齿在行进的过程中，受到土体两个侧面的抗剪阻力 P_τ，土体受剪切的面积可近似看做边为$\overline{AD}$，高为 h 的三角形面积 S，那么

$$P_\tau=2Sc \tag{12}$$

综上所述，耙齿在行进过程中，对土体作用的切削力可根据耙齿的受力平衡条件得到：

$$F_t=P_r+P_\tau+P_f\cos\alpha \tag{13}$$

5　结果与分析

5.1　切削过程

耙齿接触土壤后，位于齿尖处的土壤首先受到耙齿的挤压直至出现塑性变形，随着变形的增加，发生剪切破坏。当耙齿继续向前移动时，齿尖上部的土壤也随即出现塑性形变，并沿着前齿面滑动。图 6 分别给出了 Lagrange 方法和 ALE 方法模拟土壤切削过程的仿真示意图。在利用 Lagrange方法时，由于所选的土壤材料模型含有单元生死功能，切削后的土壤单元会因为失效被删除掉，而 ALE 方法本身具有处理大变形所引起的网格畸变的优势，这样被切削的土壤会以切屑的形式沿耙齿表面向上滑动，更能直观真实地反映黏性土壤切削状态；通过观察土壤的 Von Mises 等效应力可以发现，最大应力集中在齿刃下部两端处，一是因为耙齿在此处要克服土壤的抗剪强度，二是耙齿两侧和前端的土壤对齿刃的共同挤压作

用；耙齿前端土壤节点速度矢量的方向与齿面大致垂直，与理论剪切破坏面平行。

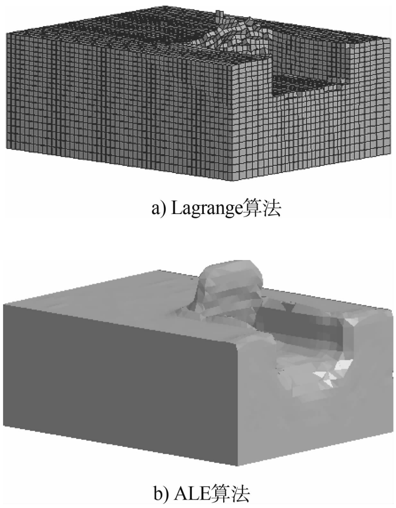


图 6　0. 3 s 时土壤切削破坏

Lagrange 方法和 ALE 方法模拟土壤切削的过程大致相同，然而，ALE 方法不需要添加单元失效准则，切削中不存在单元的删减，所以整个切削过程更加稳定，数值结果更加真实可信。另外，Lagrange 方法所使用的 * ERODING_ SURFACE_ TO_ SUEFACE 接触算法需要消耗更大计算成本。因此，ALE 方法更适合模拟土壤的切削。

5.2　切削力

切削阻力是土壤切削过程模拟中所关注的一个重要的方面，它直接决定了耙头挖掘效率和能耗。切削力的影响因素特别复杂，由耙齿力学模型分析得到，切削力不仅与耙齿的几何参数有关，还必须考虑土壤的物理参数，主要包括土壤密度、土壤内聚力及内摩擦角。另外，耙齿的工作状态（如切削速度、切削深度以及切削角等）对切削力的也有影响。对于选定的土壤，主要考虑切削深度和切削速度不同引起切削力的变化。图 7 反映的是两种切削模型在相同条件下切削力的对比；当模型 2 的切削速度为 0. 6 m/s，分别选取切削深度为 0. 03、0. 05、0. 07 m 进行仿真模拟，得到的切削力曲线见图 8；同理，选定切削深度为 0. 05 m，切削力随切削速度的变化见图 9。

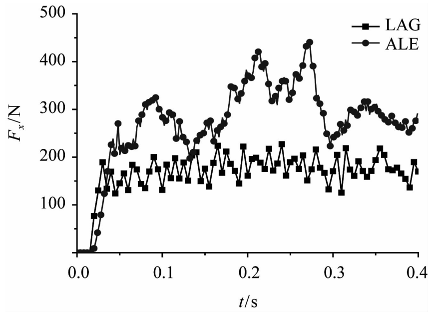


图 7　两种模型切削力对比

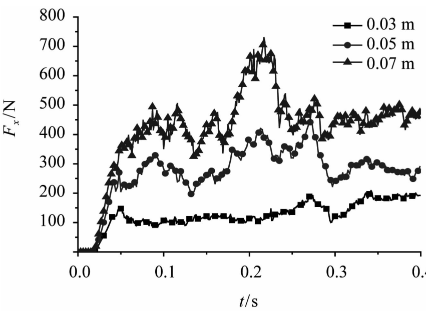


图 8　不同切削深度下切削力的对比

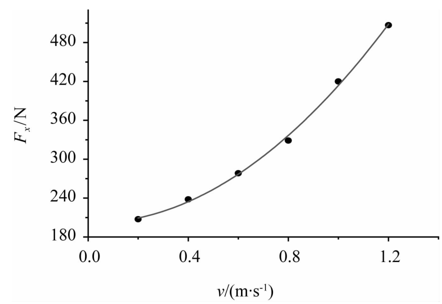


图 9　切削力和切削速度的关系曲线

图 7 表明，两种方法中，Lagrange 方法得到的切削力要偏小，因为在模拟切削的过程中，伴随着土壤网格单元删除，这样虽然解决了大变形网格畸变引起的数值计算不收敛，但是也会使仿真结果不准确。图 8 说明了在切削速度一定的条件下，切削阻力随着切削深度的增加而增大；作为近似估算，利用上文建立的耙齿切削力学模型可以计算出 3 种不同切削深度下的切削力分别为 99、193. 4、270 N，可以看出 ALE 方法仿真的结果比数值模型计算的结果大，可能是因为数值计算考虑的是极限平衡状态下的被动土压力，而土壤切削是动态的，另外仿真过程中耙齿齿面会产生壅土，会增加一定的切削阻力。图 9 反映的是在切削深度一定的情况下，切削速度的增大会引起切削阻力的急剧增加。

（下转第 41 页）