



# 斜坡式潜堤上波浪力的解析计算方法 \*

胡宝琳，姚文娟，熊胜，刘逸敏  
(上海大学土木系，上海 200072)

**摘要：**针对波浪荷载作用下的斜坡式潜堤结构，基于流速势和动量原理，从堤前波浪的入射和反射入手，推导出斜坡式潜堤上波浪力的解析方程，并将解析方程计算结果与通用数值计算软件 fluent 的计算结果进行对比。计算结果表明，解析计算方法准确实用。

**关键词：**潜堤；波浪力；流速势；动量原理

中图分类号：U 656.2<sup>+1</sup>

文献标志码：A

文章编号：1002-4972(2014)08-0029-04

## Analytical method for calculating wave forces on submerged sloping breakwater

HU Bao-lin, YAO Wen-juan, XIONG Sheng, LIU Yi-min

(Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

**Abstract:** Based on the structure of sloping submerged breakwaters under the wave load, and from the point of velocity potential function and momentum principle, a simplified calculation method for solving wave forces of sloping submerged breakwaters under wave load is analyzed, and the detailed calculating method and steps are presented. Moreover, the comparing analysis between the calculation result of the simplified calculation method and the results of the fluent analyzed method is carried out. The outcome shows that the simplified calculation method is an exact and valid method.

**Key words:** submerged breakwater; wave force; velocity potential function; momentum principle

潜堤是一种常用的护岸建筑物，广泛应用于护岸、保滩促淤、围海造田以及导流等近海工程中。斜坡式潜堤不仅能阻挡和减弱外海浪作用，达到防止海岸被侵蚀的目的，而且其位于水面以下，不影响海岸景观，特别是对于大型深水航道工程，该结构具有治理航道深泓线以及维护航道水深的功能，因此潜堤结构以其独特的功能及不可替代的优势引起了许多学者的关注。但目前国内外对潜堤的研究工作主要集中在潜堤对波浪的反射和透射等方面<sup>[1-7]</sup>，潜堤波浪力的计算，尤其是斜坡式潜堤波浪力的理论分析方法尚未有人提及，缺乏系统的理论研究。本文基于流速势和动量原理，从堤前波浪的入射和反射入手，系统地

分析了波浪对斜坡式潜堤所产生的作用力，并在此基础上提出了斜坡式潜堤迎浪面波浪力的解析计算方法，通过与数据分析结果的对比，说明该方法的准确有效性。

### 1 波面方程建立和运动速度求解

#### 1.1 堤前入射波波面方程和运动速度

假设波浪的波形为余弦形，则波面方程可以表示为（图 1）：

$$\eta_f = \frac{h_f}{2} \cos(kx - nt) \quad (1)$$

式中： $h_f$  为堤前波高，其量纲和  $\eta_f$  一致； $k$  为波数，即  $k = 2\pi/\lambda$ ，其中  $\lambda$  为波长； $n$  为圆频率。

收稿日期：2013-12-11

\*基金项目：上海大学创新基金项目（A. 10-0118-12-002）；上海高校青年教师培养资助项目（B. 37-0118-12-002）

作者简介：胡宝琳（1980—），男，博士，讲师，研究方向为结构抗震、水工结构及其力学性能。

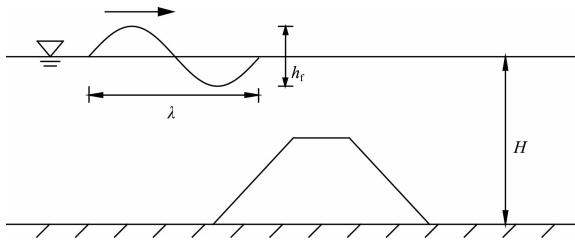


图 1 斜坡堤示意图

由入射波的波面方程可进一步得到其流速势表达式<sup>[8]</sup>:

$$\varphi_f = \frac{nh_f}{2k} \cdot \frac{\cosh[k(z+H)]}{\sinh(kH)} \sin(kx - nt) \quad (2)$$

式中:  $H$  为水深。

因此, 入射波沿  $x$  方向的速度  $\frac{\partial \varphi_f}{\partial x}$  和沿  $z$  方向的速度  $\frac{\partial \varphi_f}{\partial z}$  可表示为:

$$\frac{\partial \varphi_f}{\partial x} = \frac{nh_f \cosh[k(H+Z)]}{2 \sinh(kH)} \cos(kx - nt) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \varphi_f}{\partial z} = \frac{nh_f \sinh[k(H+Z)]}{2 \sinh(kH)} \sin(kx - nt) \quad (4)$$

## 1.2 堤后透射波波面方程和运动速度

根据试验资料<sup>[9]</sup>, 波浪通过斜坡潜堤后相对波高的计算公式为:

$$\frac{h_b}{h_f} = \operatorname{th} \left[ 0.8 \left( \left| \frac{\Delta h}{h_f} \right| + 0.038 \frac{\lambda}{h_f} K_B \right) \right] K_d \quad (5)$$

式中:  $\Delta h$  为静水位到堤顶的高度;  $h_b$  为堤后波高;  $K_B$  为堤顶宽度影响系数, 当  $B/h_f = 1 \sim 3$  时, 可表示为:  $K_B = 1.5e^{-0.4(\frac{B}{h_f})}$ ,  $B$  为堤顶宽度;  $K_d$  为水深影响系数, 可表示为  $K_d = 1.04 - 0.02 \frac{H}{h_f}$ 。

所以,

$$h_b = h_f \operatorname{th} \left[ 0.8 \left( \left| \frac{\Delta h}{h_f} \right| + 0.038 \frac{\lambda}{h_f} K_B \right) \right] K_d \quad (6)$$

假设透射波的波形为余弦形, 则其波面方程可以表示为:

$$\eta_b = \frac{h_b}{2} \cos(kx - nt) \quad (7)$$

由透射波的波面方程可进一步得到其流速势表达式<sup>[8]</sup>:

$$\varphi_b = \frac{nh_b}{2k} \cdot \frac{\cosh[k(z+H)]}{\sinh(kH)} \sin(kx - nt) \quad (8)$$

因此, 透射波沿  $x$  方向的速度  $\frac{\partial \varphi_b}{\partial x}$  和沿  $z$  方向的速度  $\frac{\partial \varphi_b}{\partial z}$  可表示为:

$$\frac{\partial \varphi_b}{\partial x} = \frac{nh_b \cosh[k(H+Z)]}{2 \sinh(kH)} \cos(kx - nt) \quad (9)$$

$$\frac{\partial \varphi_b}{\partial z} = \frac{nh_b \sinh[k(H+Z)]}{2 \sinh(kH)} \sin(kx - nt) \quad (10)$$

## 1.3 堤前反射波波面方程和运动速度

根据势流理论可知, 对于整体 (护面) 式斜坡式潜堤, 在无能量损耗的情况下, 透射波波高平方与反射波波高平方之和与入射波波高平方的比值为 1, 即

$$\frac{h_b^2 + h_e^2}{h_f^2} = 1 \quad (11)$$

式中:  $h_e$  为反射波波高。

所以,

$$h_e = \sqrt{h_f^2 - h_b^2} \quad (12)$$

假设波浪的波形为余弦形, 则反射波的波面方程为:

$$\eta_e = \frac{h_e}{2} \cos(kx - nt) = \frac{\sqrt{h_f^2 - h_b^2}}{2} \cos(kx - nt) \quad (13)$$

由反射波的波面方程可进一步得到反射波流速势的表达式<sup>[7]</sup>:

$$\varphi_e = \frac{n}{2k} \frac{\sqrt{h_f^2 - h_b^2}}{\sinh(kH)} \cdot \frac{\cosh[k(z+H)]}{\sinh(kH)} \sin(kx - nt) \quad (14)$$

因此, 反射波沿  $x$  方向的速度  $\frac{\partial \varphi_e}{\partial x}$  和沿  $z$  方向的速度  $\frac{\partial \varphi_e}{\partial z}$  可表示为:

$$\frac{\partial \varphi_e}{\partial x} = \frac{n}{2 \sinh(kH)} \frac{\sqrt{h_f^2 - h_b^2} \cosh[k(H+Z)]}{\sinh(kH)} \cos(kx - nt) \quad (15)$$

$$\frac{\partial \varphi_e}{\partial z} = \frac{n}{2 \sinh(kH)} \frac{\sqrt{h_f^2 - h_b^2} \sinh[k(H+Z)]}{\sinh(kH)} \sin(kx - nt) \quad (16)$$

## 2 波浪力的计算

### 2.1 无障碍物时的波浪力计算

非恒定流的有势流动的 Bernoulli 方程为<sup>[8]</sup>:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) + gz + \frac{p_b}{\rho} = C(t) \quad (17)$$

式中:  $u, v, w$  分别为  $x, y, z$  方向的速度;  $g$  为重力

加速度;  $p_b$  为波浪传播时的压强。

常数  $C(t)$  没有直接影响, 可以取为零, 于是对于二维流动:

$$\frac{p_b}{\rho} = -\frac{\partial \varphi}{\partial t} - gz - \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (18)$$

又因为  $gz$  项不随时间而变, 在取时间平均时消失, 速度的平方可以忽略, 应用流速公式(2)可得:

$$p_b = -\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\rho h_f n^2}{k} \frac{\cosh[k(H+Z)]}{\sinh(kH)} \cos(kx - nt) \quad (19)$$

所以波浪传播时的最大压强为:

$$p_{b\max} = \frac{\rho h_f n^2}{k} \frac{\cosh[k(H+Z)]}{\sinh(kH)} \quad (20)$$

## 2.2 波浪与潜堤撞击产生的力

靠近坝堤的水质点将随着波浪的传播在其位置处来回振荡, 当其与坝堤撞击时, 将对坝堤产生一个作用力, 也正是因为此作用力才产生了反射波, 而且入射波速度的方向与反射波的方向相反, 所以根据动量守恒原理可有:

$$mv_f + mv_e = F \quad (21)$$

式中:  $v_f$  为入射波速度;  $v_e$  为反射波速度;  $F$  为波浪力。

在  $dt$  时间内单位长度流入水的质量为  $\rho \left( \frac{\partial \varphi_f}{\partial x} \right) dt$ , 所以从上式可得到:

$$\rho \left( \frac{\partial \varphi_f}{\partial x} \right)^2 dt + \rho \left( \frac{\partial \varphi_e}{\partial x} \right)^2 dt = P_x dt \quad (22)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \varphi_f}{\partial z} \right)^2 dt + \rho \left( \frac{\partial \varphi_e}{\partial z} \right)^2 dt = P_z dt \quad (23)$$

式中:  $\rho$  为水的密度;  $P_x$  为堤坝表面  $x$  方向的压强;  $P_z$  为堤坝表面  $z$  方向的压强。

由式(22)和(23)整理可得:

$$P_x = \rho \left( \frac{\partial \varphi_f}{\partial x} \right)^2 + \rho \left( \frac{\partial \varphi_e}{\partial x} \right)^2 \quad (24)$$

$$P_z = \rho \left( \frac{\partial \varphi_f}{\partial z} \right)^2 + \rho \left( \frac{\partial \varphi_e}{\partial z} \right)^2 \quad (25)$$

将式(3), (4), (15), (16) 分别代入式(24)和(25)整理可得,

$$P_x = \frac{\rho n^2 (2h_f^2 - h_b^2) \cosh^2[k(H+z)]}{4 \sinh^2(kH)} \cdot \cos^2(kx - nt) \quad (26)$$

$$P_z = \frac{\rho n^2 (2h_f^2 - h_b^2) \sinh^2[k(H+z)]}{4 \sinh^2(kH)} \cdot \sin^2(kx - nt) \quad (27)$$

假设斜坡堤的坡角为  $\theta$ , 所以斜坡堤上任一点的动压强  $P_{\text{动}}$  可以表示为:

$$P_{\text{动}} = P_x \sin \theta + P_z \cos \theta \quad (28)$$

将式(26)和(27)代入(28)可得:

$$P_{\text{动}} = \frac{\rho n^2 (2h_f^2 - h_b^2)}{4 \sinh^2(kH)} \left\{ \frac{\cosh^2[k(H+z)] \sin \theta - \sinh^2[k(H+z)] \cos \theta}{2} \cdot \cos[2(kx - nt)] + \frac{\cosh^2[k(H+z)] \sin \theta + \sinh^2[k(H+z)] \cos \theta}{2} \right\} \quad (29)$$

当水质点与坝堤的撞击最强烈时, 将产生最大的撞击力, 从式(29)可以看出, 如果大括号中的两项同号, 当  $\cos[2(kx - nt)]$  等于 +1 时动压强  $P_{\text{动}}$  取最大值为:

$$P_{\text{动max}} = \frac{\rho n^2 (2h_f^2 - h_b^2)}{4 \sinh^2(kH)} \cosh^2[k(H+z)] \sin \theta \quad (30)$$

如果大括号中的两项异号, 当  $\cos[2(kx - nt)]$  等于 -1 时动压强  $P_{\text{动}}$  最大值为:

$$P_{\text{动max}} = \frac{\rho n^2 (2h_f^2 - h_b^2)}{4 \sinh^2(kH)} \sinh^2[k(H+z)] \cos \theta \quad (31)$$

## 2.3 总压强计算

斜坡堤上任一点的总压强为静压强和动压强之和, 即

$$P_{\text{总max}} = P_{\text{静}} + P_{\text{动max}} + P_{b\max} \quad (32)$$

由式(32)可写成:

$$P_{\text{总max}} = \rho g z + P_{\text{动max}} + P_{b\max} \quad (33)$$

## 3 实例分析

本例来源于某深水航道中的促淤潜堤, 其坝体顶宽 1.5 m, 底宽 6.118 8 m, 高 4 m, 坡角 60°(图 2), 波浪要素为: 水深 5 m, 波浪频率 1.681 241 8 Hz, 周期 3.737 118 609 s, 波数 0.314 159 27, 波高 0.6 m, 波长 20 m。在坝体迎浪面取 5 个点, 设水平面为  $z$  轴坐标原点, 则 5 个点的  $z$  坐标分别为 -5、-4、-3、-2、-1, 分别用本文的解析方法和通用数值计算软件 fluent 计算, 结果见图 3 和表 1。

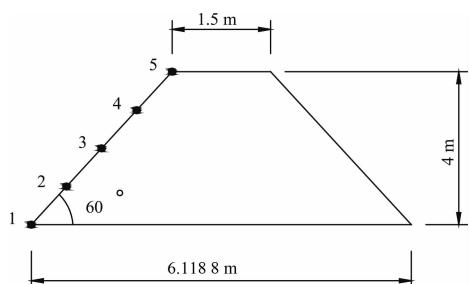


图 2 斜坡式坝堤

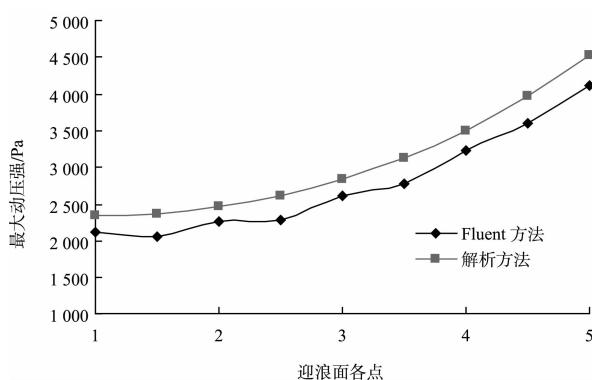


图 3 简化计算结果与 fluent 计算结果比较

表 1 解析方法与 fluent 分析结果

迎浪面点	$P_{\text{动max}}/\text{Pa}$	
	fluent 分析结果	解析方法
1	2 109.481	2 345.788
2	2 268.836	2 465.696
3	2 612.669	2 838.337
4	3 229.705	3 504.149
5	4 124.779	4 536.485

从图 3 分析比较结果可以看出, 本文所用解析算法计算结果与 fluent 软件计算结果相比其误差在 7.83% ~ 10.07%, 解析解比 fluent 计算结果总体偏大, 解析计算值更偏于安全, 在工程允许范围内, 能够满足设计精度要求, 并且计算简单方便、计算步骤清晰明了, 是一种较为直观的计算方法。

#### 4 结语

本文针对波浪荷载作用下的斜坡式潜堤结构, 分别推导了堤前入射波、堤后透射波及堤前反射

波的波面方程和运动速度, 然后基于流速势和动量原理, 提出了斜坡式潜堤迎浪面波浪力的解析计算方法; 通过用数值计算软件 fluent 对同一个工程实例的计算对比, 可知解析计算结果比 fluent 计算结果偏大, 这对于工程设计略偏于安全, 且能够满足工程应用的精度要求。工程算例也表明, 本文所给计算方法过程简便、步骤清晰明了, 不仅可以方便设计人员在近海工程设计中直观有效地求解斜坡式潜堤上波浪力, 也可为将来设计规范的编写提供参考。

#### 参考文献:

- [1] Dattatri J, Raman H, Shankar J N. Performance characteristic of submerged breakwaters[C]. Hamburg: Proceedings of 16th Coastal Engineering Conference: ASCE, 1978: 2 153-2 171.
- [2] Abdul Khader M H, Rai S P. A study of submerged breakwaters [J]. Journal of Hydraulic Research, 1980, 18(2): 113-121.
- [3] Losada I J, Silva R, Losada M A. Interaction of non-breaking directional random waves with submerged breakwaters [J]. Coastal Engineering, 1996, 28(1): 249-266.
- [4] 张日向, 刘圆, 蒲高军. 潜堤结构形式及其透射系数研究[J]. 海洋工程, 2003, 21(4): 81-85.
- [5] Vander Meer J, Daemen I. Stability and wave transmission at low-crested rubble-mound structures [J]. Journal of Waterways Port, Coastal and Ocean Engineering, 1994, 120(1): 1-19.
- [6] Kobayashi N, Meigs L, Ota T, et al. Irregular breaking wave transmission over submerged porous breakwater[J]. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, 2007, 133(2): 104-116.
- [7] 陈杰, 蒋昌波, 邓斌, 等. 波浪通过斜坡上潜堤的波能演化实验研究[J]. 水动力学研究与进展, 2009 (4): 417-424.
- [8] 夏震寰. 现代水力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1992.
- [9] 杨正己, 贺辉华, 潘少华. 波浪作用下抛石堤的稳定性及消浪特性[J]. 水利水运科学研究, 1981(3): 34-45.

(本文编辑 武亚庆)