



泥沙颗粒沉降速度计算方法比较分析

李铭志¹, 何炎平¹, 诸葛玮², 黄超¹

(1. 上海交通大学 海洋工程国家重点实验室, 上海 200240; 2. 中港疏浚有限公司, 上海 200120)

摘要: 泥沙颗粒沉降速度是泥沙管道输送磨阻损失计算的关键因素。针对当前使用较多的颗粒沉降速度计算方法, 包括孙玉波提出的对应不同流型的个别计算方法、Concha 等人提出的以形状系数为自变量的直接计算方法、Cheng Nian-Sheng 基于阻力系数和雷诺数之间关系回归得出的公式、Ahrens 基于阿基米德浮力指数和雷诺数之间关系回归得出的公式、Wilson 提出的在不同剪切雷诺区的分段计算方法、Weiming Wu 基于大量不规则颗粒沉速回归所得的公式, 分别进行了详细介绍。进行了计算验证, 并与测量数据相比较。给出了关于泥沙颗粒沉降速度计算方法选用的建议。

关键词: 泥沙; 颗粒; 沉降速度; 颗粒沉降

中图分类号: U 616⁺.21

文献标志码: A

文章编号: 1002-4972(2014)06-0006-04

Comparative analysis of setting velocity formulas for sand

LI Ming-zhi¹, HE Yan-ping¹, ZHUGE Wei², HUANG Chao¹

(1. State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China;

2. CHEC Dredging Co., Ltd., Shanghai 200120, China)

Abstract: The setting velocity is an important parameter for the frictional loss of slurry transportation by pipelines. Several prevalent setting velocity calculation methods for sediment particle, including individual way for different flow regimes proposed by Sun Yubo, Concha's mode based on the shape factor of particles, Nian-Sheng Cheng's expression from regression analysis on the relationship between the drag coefficient and Reynolds number, Ahrens's equation originated from the link between Reynolds number and Archimedes buoyancy index, Wilson's manner built on the segment of Reynolds number of shearing force, and Weiming Wu's formula regressed from numerous measured setting velocity of irregular particles are detailed. The calculated results of the example are given and compared with measured data extracted from other journals. Finally, setting velocity formulas are recommended for different requests.

Key words: sand grain; particle; setting velocity; sediment deposit

在泥沙管道输送磨阻损失计算过程中, 泥沙的悬浮性和均质性起到了决定性的作用。而悬浮性和均质性又与泥沙颗粒的沉降速度密切相关。一般认为, 当泥沙颗粒的脉动速度大于其沉降速度时, 颗粒即可悬浮。因此, 很多学者提出的颗粒管道输送计算公式都以颗粒沉降速度为自变量之一, 比如王绍周^[1]、Durand^[2]、Wasp^[3]、Chien^[4]等。可见, 对不同颗粒的沉降速度的准确计算, 是泥沙管道输送磨阻损失计算的基础。

对颗粒在清水中沉降速度的研究从 19 世纪开始至今, 有很多学者相继给出了确切的计算方法和计算公式。也正因为如此, 从无数不同结果中选择最适合值的工作变得非常困难。本文就最常用和最新的计算公式, 包括孙玉波公式^[5]、Concha 公式^[6]、Cheng 公式^[7]、Ahrens 公式^[8]、Wilson 公式^[9]和 Wu Weiming 公式^[10]进行详细介绍, 并用各种试验测得数据进行了计算对比, 以供使用者参考。

收稿日期: 2013-10-10

作者简介: 李铭志 (1983—), 男, 工程师, 主要从事船舶设计方面的研究。

1 典型算法

1.1 孙玉波算法^[5]

孙玉波通过试验验证, 得出各雷诺数区域的球形颗粒沉降速度计算公式, 其通式为:

$$\omega_0 = K_0 d^{3n-1} v^{1-2n} \Delta^n \quad (1)$$

式中: K_0 , n 都是随雷诺数范围变化的常数; d 表示颗粒直径; v 表示液体运动黏度; Δ 表示颗粒的

无量纲密度, 其表达式为:

$$\Delta = \rho_s / \rho - 1 \quad (2)$$

式中: ρ_s 和 ρ 分别表示颗粒密度和液体密度。

非球形颗粒沉降速度需乘以其形状系数 ψ :

$$\omega = \psi \omega_0 \quad (3)$$

通式(1)中各参数的具体取值见表 1。

表 1 孙玉波算法公式系数

Re 区域	公式名称	Re 范围	K_0	n	适用条件
层流区	Stokes	≤ 0.5	54.5	1	$d \leq 0.21 \sqrt[3]{v^2/\Delta}$
过渡区	Allen	$0.5 \sim < 30$	23.6	5/6	$d \leq (0.21 \sim 1.1) \sqrt[3]{v^2/\Delta}$
		$30 \sim < 300$	24.3	2/3	$d \leq (1.1 \sim 3.51) \sqrt[3]{v^2/\Delta}$
		$300 \sim < 3\ 000$	37.2	5/9	$d \leq (3.51 \sim 13.93) \sqrt[3]{v^2/\Delta}$
湍流区	Newton	$3\ 000 \sim 1 \times 10^5$	54.2	1/2	$d \leq (13.93 \sim 150) \sqrt[3]{v^2/\Delta}$

1.2 Concha 和 Barrientos 算法^[6]

Concha 和 Barrientos 定义了包含颗粒形状系数 ψ 和颗粒比重 λ 在内的无量纲粒径和无量纲沉速:

$$d_M^* = d^* \cdot [\beta(\psi) \cdot \eta(\lambda)]^{2/3} \quad (4)$$

$$v_M^* = \frac{V_T^*}{\alpha(\psi) \cdot \gamma(\lambda) \cdot \beta(\psi)^{2/3} \eta(\lambda)^{2/3}} \quad (5)$$

从而得出了一种更加便捷的数值解计算方法:

$$v_M^* = \frac{20.52}{d_M^*} [(1 + 0.092 \cdot 1 d_M^{*1.5})^{0.5} - 1]^2 \quad (6)$$

其中:

$$d^{*3} = \left[\frac{4}{3} (\rho_s - \rho) \rho \cdot \frac{g}{\mu^2} \right] d^3 \quad (7)$$

$$w = \frac{d^* v_T^* v}{d} \quad (8)$$

1.3 Cheng Nian-Sheng 算法^[7]

Cheng Nian-Sheng 在 Concharov、Zegzhda、Arkhangel'skii 和 Sarkisyan 等人测得的不同粒径石英砂沉降速度的基础上通过回归阻力系数 C_D 和雷诺数 Re 之间的关系, 得到石英砂沉降速度的简单表达式如下:

$$w = [(25 + 1.2 d^{*2})^{0.5} - 5]^{1.5} \cdot \frac{v}{d} \quad (9)$$

1.4 Ahrens 算法^[8]

John P. Ahrens 引用文献[11]中关于石英砂沉降速度的测量值, 通过回归雷诺数 Re 与阿基米德浮力指数 A 之间的关系, 得到了石英砂的沉降速度表达式如下:

$$w = C_i \Delta g d^2 / \nu + C_t \sqrt{\Delta g d} \quad (10)$$

其中 C_i 保证 $\Delta g d^2 / \nu$ 项在层流区起主要作用, 表达式为:

$$C_i = 0.055 \tanh[12A^{-0.59} e^{-0.0004A}] \quad (11)$$

其中 C_t 保证 $\sqrt{\Delta g d}$ 项在湍流区起主要作用, 表达式为:

$$C_t = 1.06 \tanh[0.016A^{0.50} e^{-120/A}] \quad (12)$$

其中阿基米德浮力指数 A 的表达式如下:

$$A = \Delta g d^3 / \nu^2 \quad (13)$$

1.5 Wilson 算法^[9]

Wilson 根据剪切力、剪切速度 v_T 和剪切雷诺数 Re_T 之间的关系, 通过考察沉降速度与剪切速度比率和剪切雷诺数在不同流型下的关系, 给出了如下公式:

1) 当 $Re_T \leq 10$ 时:

$$\frac{w_0}{v_T} = \frac{Re_T}{[3(1 + 0.08 Re_T^{1.2})]} + \frac{2.8}{(1 + 3.0 \times 10^4 Re_T^{-3.2})} \quad (14)$$

2) 当 $10 \leq Re_T \leq 260$ 时:

$$y = 0.2069 + 0.5x - 0.158x^{1.72} \quad (15)$$

其中 $y = \lg(w_0/v_T)$, $x = \lg(Re_T/10)$

3) 当 $Re_T \geq 260$ 时:

$$w_0/v_T = 4.24 \quad (16)$$

其中: $Re_T = \frac{d v_T \rho}{\mu}$, $v_T = \sqrt{(S-1)gd/6}$ 。

1.6 Wu Weiming 算法^[10]

Wu Weiming 采取 Cheng Nian-Sheng 等人的思

路——通过实测数据回归阻力系数 C_D 和雷诺数 Re 之间的关系，但 Wu Weiming 采用的是 Krumbein、Corey、Wilde、Schulz 和 Romanovskii 等人测得的多种不规则颗粒沉降速度，并在此基础上考虑了颗粒形状系数 ψ 的影响，得沉降速度计算表达式如下：

$$w = \left\{ \left[\frac{1}{4} + \left(\frac{4N}{3M^2} d^{*3} \right)^{1/n} \right]^{0.5} - \frac{1}{2} \right\}^n \cdot \frac{Mv}{Nd} \quad (17)$$

其中：

$$M = 53.5e^{-0.65\psi} \quad (18)$$

$$N = 5.65e^{-2.5\psi} \quad (19)$$

$$n = 0.7 + 0.9\psi \quad (20)$$

2 算法比较

本文使用上述几种算法，液体运动黏度系数 ν 采用海水运动黏度系数 $1.146 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ，液体密度取海水密度 1025 kg/m^3 ，颗粒形状系数选用 0.65 (长方体)^[1]，颗粒密度选 2650 kg/m^3 ，分别计算了不同粒径颗粒的沉降速度。并且和 Zegzhda、Concharov (Ibad-zade1992) 等人所做试验部分结果进行比较，对比曲线见图 2，其中细颗粒沉降速度段放大见图 3~5。

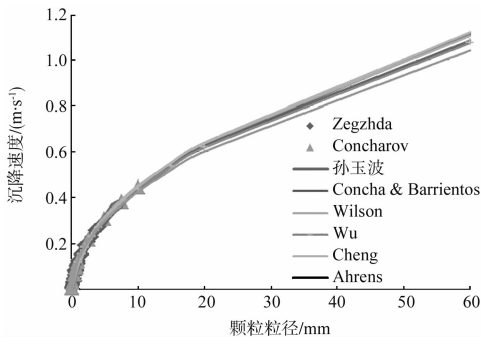


图 2 长方体颗粒沉降速度

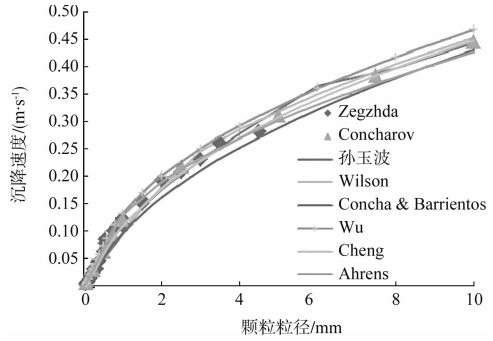


图 3 细颗粒沉降速度

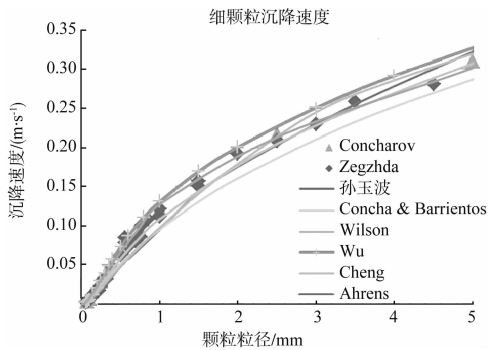


图 4 长方体颗粒沉降速度 (放大)

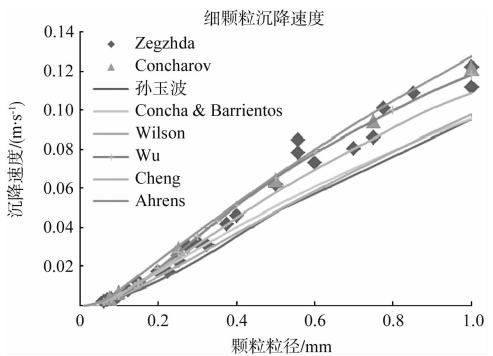


图 5 细颗粒沉降速度 (放大)

各计算方法计算结果和 Concharov 试验测量数据对比及其误差率见表 2。

表 2 沉降速度对比

颗粒粒径/mm	Concharov	孙玉波	Concha	Wilson	Wu	Cheng	Ahrens	m/s
0.051	0.001 7	0.001 2	0.001 7	0.001 3	0.001 3	0.001 4	0.001 9	
0.075	0.003 7	0.002 8	0.003 6	0.002 7	0.002 9	0.003 1	0.004 4	
0.100	0.006 6	0.004 4	0.005 9	0.004 6	0.005 0	0.005 4	0.007 7	
0.250	0.028 6	0.017 5	0.022 9	0.020 1	0.026 0	0.024 6	0.030 4	
0.500	0.064 0	0.047 6	0.050 6	0.048 0	0.063 5	0.057 8	0.066 4	
0.750	0.093 8	0.071 4	0.074 5	0.073 8	0.092 4	0.085 5	0.098 8	
1.000	0.121 0	0.095 3	0.095 2	0.097 7	0.115 4	0.108 7	0.127 4	
2.500	0.216 6	0.203 7	0.186 3	0.213 7	0.205 6	0.204 9	0.213 2	
5.000	0.310 6	0.323 3	0.287 8	0.320 1	0.299 5	0.307 4	0.301 6	
7.500	0.383 5	0.384 2	0.364 7	0.392 0	0.369 7	0.384 0	0.369 3	
10.000	0.445 4	0.443 6	0.429 0	0.452 7	0.428 5	0.447 8	0.426 5	
Erro		18.7%	12.0%	16.7%	9.23%	8.94%	7.58%	

3 结论

无论是 Cheng、Wu 等人从雷诺数与阻力系数之间的关系着手, Ahrens 等人从雷诺数与阿基米德浮力指数之间的关系开始, 还是 Concha、Wilson 等人从寻求新的无量纲参数、流变参数出发, 抑或孙玉波的直接考虑所有相关因素的量纲分析, 最后都是通过试验测量数据的回归分析得到其确切关系, 进而求得沉降速度。那么, 关键的出入源于回归公式采用的数据差别和所得公式与原数据的拟合程度。

从用于回归的数据差别来看, 孙玉波公式和 Wilson 公式采用的球形颗粒沉降速度、Cheng 公式和 Ahrens 公式使用的是石英砂沉降速度, 最后虽然都可以通过乘以相应形状系数的方式得到不同形状颗粒的沉降速度, 但是采用这种方法处理同形状系数的粗颗粒和细颗粒显然是有很大的误差。从这方面讲, Concha 公式和 Wu 公式都是直接通过大量的不规则颗粒实测数据回归得到, 所以这两个公式要比其它几家公式在处理不规则颗粒时更加适合。

从拟合程度看, 各回归所得公式与原用于回归公式的数据拟合都非常好。从表 2 可以看出各家公式计算形状系数 0.65 的石英砂在密度为 $1\ 025\ \text{kg/m}^3$, 运动黏度系数为 $1.146 \times 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{s}$ 液体中沉速的结果中, Wu 公式、Cheng 公式和 Ahrens 公式的计算结果与测量值之间误差率最小。另外, 从图 2 可以看出, 在大颗粒阶段 Ahrens 公式的结果比其它的偏小。从图 3 可以看出, 孙玉波公式在颗粒粒径为 6 mm 附近有较大突变; 从图 4 可以看出, Wilson 公式和 Cheng 公式、Ahrens 分别在粒径为 3 mm 和 1 mm 处有明显拐点。这些过渡不平滑的地方都是由于公式的连续性不够好。

综上所述, 各种不规则形状泥沙的沉降速度计算最适合采用 Wu 公式。在缺少土质数据时, 可以采用 Wu 公式、Cheng 公式或 Ahrens 公式按照石英砂进行计算。

参考文献:

[1] 王绍周. 粒装物料的浆体管道输送[M]. 北京: 海洋出版社, 1998: 64-66.

- [2] Durand R. The Hydraulic Transportation of Coal and Other Materials in Pipes [M]. London: Collage of National Coal Board, 1952.
- [3] Wasp E J, Kenny J P, Gandhi R L. Soild-liquid Flow Slurry Pipeline Transportation [M]. Trans. Tech. Publications, 1977.
- [4] Chien N, Wan Z H. Mechanics of Sediment Transport [M]. ASCE Press, 1999.
- [5] 孙玉波. 重力选矿[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1982.
- [6] Concha F, Barrientos A. Settling velocities of particulate systems [J]. International Journal of Mineral Processing, 1986(18): 297-308.
- [7] Cheng Nian-Sheng. Simplified setting velocity formula for sediment particle [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1997(2): 149-152.
- [8] John P Ahrens. A full-velocity equation [J]. J Waterw, Port, Coastal, Ocean Eng, 2000(126): 99-102.
- [9] Wilson K C, Addie G R, Sellgren A, et al. Slurry Transport Using Centrifugal Pumps [M]. Springer Science & Business Media, Inc., 2004.
- [10] Wu Weiming, Wang Sam S Y. Formulas for sediment porosity and settling velocity [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2006, 132: 858-862.
- [11] Hallermeier R J. Terminal settling velocity of commonly occurring sand grains [J]. Sedimentology, 1981(28): 859-865.
- [12] Raudkivi A J. Loose Boundary Hydraulics [M]. New York: Pergamon Press Inc. Tarrytown, 1990.
- [13] King R P. Introduction to Practical Fluid Flow [M]. Butterworth-Heinemann, 2002.
- [14] Ahrens John P. Simple equations to calculate fall velocity and sediment scale parameter [J]. J Waterway, Port, Coastal, Ocean Eng, 2003, 129: 146-150.
- [15] Arkhangel'skii B V. Experimental study of accuracy of hydraulic coarseness scale of particles [J]. Moscow: Izv NIIG, 15, 1953.
- [16] Briggs L I, McCulloch D S, Moser F. The hydraulic shape of sand particles [J]. J Sediment Petrol, 1962(4): 645-656.
- [17] Jimenez J A, Madsen O S. A simple formula to estimate settling velocity of natural sediments [J]. J Waterway, Port, Coastal, Ocean Eng, 2003, 129: 70-78.
- [18] 赵德招, 陈立, 周银军, 等. 单颗粒泥沙沉速公式的对比研究[J]. 人民黄河, 2009(1): 36-37.