·综　合·

基于高低潮的优化保形调和分析模型(OCTHM)及算法*

王如云[1]，占　飞[1]，周　钧[2]，雷　磊[1]，周　鹏[3]

(1. 河海大学 港口海岸与近海工程学院，江苏 南京 210098；2. 河海大学 水文水资源学院，江苏 南京 210098；3. 中国水电顾问集团中南勘测设计研究院有限公司，湖南 长沙 410000)

摘要：通常利用 Foreman 的高低潮潮汐预报模型，对只有高低潮实测数据的海洋水文站位进行潮汐预报，但在某些组合分潮情况下，在高低潮间会产生抖动现象，这种现象增加了不应有的虚假高低潮，给高低潮时和潮位的预报以及天文潮的整体预报精度造成很大影响。基于定点天文潮曲线变化具有的特性（高、低潮位处一阶导数为零且具有凸、凹性），在只有高低潮数据情况下，给出了建立分段四次多项式插值的优化保形潮汐调和分析模型（OCTHM）的一般方法。利用此模型思想方法，根据江苏省连云港站、上海高桥站的实测高低潮数据，建立了相应站位的优化保形潮汐调和分析预报模型。对有关预报结果进行分析对比，表明 OCTHM 模型克服了 Foreman 预报模型的抖动现象，具有其所不具有的保形性，可以较为准确地预报出高低潮时和潮位。

关键词：潮汐调和分析；高低潮时预报；保形性；多项式插值

中图分类号：U 675. 12　　　**文献标志码**：A　　　**文章编号**：1002-4972(2014)08-0015-05

Optimizing conformal tidal harmonic analysis model(OCTHM) and algorithm based on high & low water observations

WANG Ru-yun[1], ZHAN Fei[1], ZHOU Jun[2], LEI Lei[1], ZHOU Peng[3]

(1. College of Harbor, Coastal and Offshore Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. College of Hydrology and Water Resources, Hohai University, Nanjing 210098, China; 3. Hydrochina Zhongnan Engineering Corporation, Changsha 410000, China)

Abstract: The Foreman prediction model is a common method applied to predict the tidal level of tidal stations which only have high and low water observations. But in the situation of different combination of tidal constituents, the dithering phenomenon will appear between the high and low tide, which increases false high or low tides, exerting dominant negative effects on predicting the times and heights of high and low water accurately and reducing the overall prediction accuracy of astronomical tide. Based on the characteristics (which include that first derivative at the point of each high and low tide is zero, the curve of which is convex at the high tide position and concave at the low) of astronomical tide curve of a certain tide station, an optimizing conformal tidal harmonic analysis model is established by the method of a piecewise polynomial interpolation, with only high and low water observations. This model, combined with the high and low tide data at Lianyungang station in Jiangsu province and Gaoqiao station in Shanghai, correspondingly contributes to the establishment of optimizing conformal tidal harmonic analysis model. The calculation results show that compared with the Foreman prediction model, the new model has great advantages of predicting the times and the heights of high and low tide.

Key words: tidal harmonic analysis; predicting the times and heights of high and low water; conformality; polynomial interpolation

收稿日期：2013-12-20

*__基金项目__：江苏省水利科技重点项目（2010500312）；自然科学基金（40906048）

作者简介：王如云（1963—），男，博士，教授，从事海洋科学的研究。

高低潮的分析预报是港口、航运和海洋工程研究中的一个重要问题。根据高低潮的变化规律，可以适时调度船只乘潮进出港口或通过航道，可以更好地安排近岸海洋工程的施工，此外，对准确预报风暴潮灾害也有着重要作用。对于高低潮的分析预报，通常利用海洋观测站记录的数据，建立一种调和分析模型，得到调和分析常数后，再预报高低潮时和潮位。海洋观测站记录的数据通常分为两种，一种是逐时潮位数据，另一种则是只有高低潮时和潮位的数据。对于第一种数据，通常建立逐时数据的最小二乘法潮汐潮位预报模型[1-3]，进而得到想要的潮位值。但是某些观测站只给出高低潮的潮时和潮位数据，Foreman M G G 等[4]提出了利用高低潮资料进行潮汐调和分析的方法，用该方法进行潮汐预报，得到了可靠的精度。但在某些组合分潮情况下，在高低潮间会产生抖动现象，这种现象增加了不应有的虚假高低潮，给高低潮时和潮位的预报以及天文潮的整体预报精度造成很大影响。戴荣等[5]提出利用三次样条插值法将非等时距的数据插值成等时距数据，再利用基于逐时数据的最小二乘法进行天文潮潮汐预报，但该方法在高低潮位处存在过冲或欠冲现象。

针对只有高低潮观测数据的情况，根据天文潮曲线变化特有的性质——高、低潮位处一阶导数可设为零且具有凸、凹性，给出了基于二次规划算法建立分段四次多项式插值的优化保形潮汐调和分析模型（optimizing conformal tidal harmonic analysis model—OCTHM）的一般方法。利用此模型思想方法和江苏省连云港站、上海高桥站的实测高低潮数据，分别建立了连云港站和高桥站的优化保形调和分析预报模型。对有关预报结果进行分析对比，表明 OCTHM 模型克服了 Foreman 预报模型的抖动现象，具有其所不具有的保形性，能较好地还原出天文潮曲线，保留了天文潮变化曲线的特性，具有较精准地预报高低潮时和潮位的能力，且该方法只需要高低潮时和潮位资料，大大减少了海洋观测站的工作量。

1　问题的提出

在只有高低潮观测数据情况下，Foreman[4]给出了如下模型

$$Z = \mathrm{MIN}\ \sum_{i=1}^{N}\{[y_i - y(t_i)]^2 + [\omega y'(t_i)]^2\} \tag{1}$$

式中：$y'(t_i)$ 是 $y(t)$ 在 t_i 时刻的导数值；ω 为正的权系数；N 为分潮个数。

利用 Foreman 模型和江苏省连云港站 2005 年高低潮数据，选用 306 个分潮组合[1]，对连云港站 2005 年潮位进行后报，结果见图 1。在相邻的高、低潮之间出现了与实际情况严重不符的抖动现象（图 1 圆圈圈中），以及在某些高低潮处出现过冲现象（图 1 矩形框中）。这种抖动现象相当于在实际高、低潮之间增加了一次高潮和低潮，给高低潮时和潮位的预报造成很大影响。另外这种抖动、过冲现象也增加了天文潮整体预报的误差。因此，利用 Foreman 模型准确预报高低潮时和潮位存在很大问题。

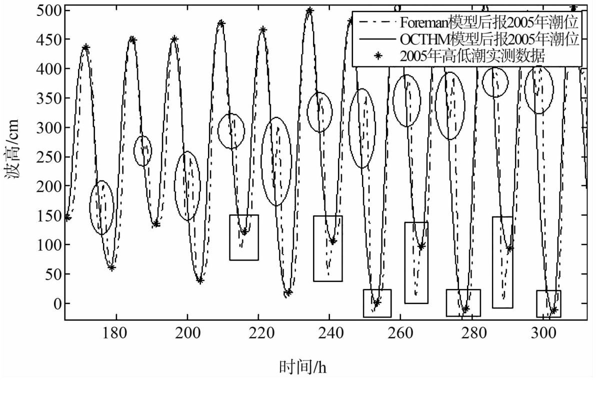

图 1　利用 2005 年高低潮资料后报结果比较

2　基于高低潮数据的优化保形调和分析模型（OCTHM）的建立

根据对一般潮汐曲线的观察，可以发现除了高低潮处是曲线的极值点外，高、低潮处还分别是曲线的凸、凹点，另外，曲线在相邻的高低潮间具有单调性。但 Foreman 模型却只考虑了高低潮处是曲线极值点，而没有考虑它们的凸、凹性和单调性。基于此，试图先利用分段四次多项式提取潮汐曲线的上述信息，然后再依据此分段四次多项式进行潮汐调和分析，最终建立基于高低

潮数据的优化保形调和分析模型（OCTHM）。

1）提取潮汐曲线的极值点信息。

假设 $t_0, t_1, t_2, \cdots, t_n$ 为潮位达到极值的时刻值，对应的潮位值为 $y_0, y_1, y_2, \cdots, y_n$，潮位过程函数为

$$P = P_i(t) \qquad t \in [t_{i-1}, t_i], i = 1, 2, \cdots, n \quad (2)$$

式中：$P_i(t)$ 是四次多项式；$n+1$ 为高低潮观测数据总数。

当 $t \in [t_{i-1},\ t_i]$ 时，设

$$P_i(t) = l_{i,0}(t) y_{i-1} + l_{i,1}(t) y_i \quad (3)$$

其中 $l_{i,0}(t)$ 和 $l_{i,1}(t)$ 为四次多项式。

由于 t_{i-1}，t_i 是潮汐曲线的极值点，因此 $P_i(t)$ 必须满足下列条件

$$\begin{cases} P_i(t_{i-1}) = y_{i-1} & P_i(t_i) = y_i \\ P_i'(t_{i-1}) = 0 & P_i'(t_i) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

亦即要求

$$\begin{cases} l_{i,0}(t_{i-1}) = 1 & l_{i,0}(t_i) = 0 \\ l_{i,0}'(t_{i-1}) = 0 & l_{i,0}'(t_i) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

和

$$\begin{cases} l_{i,1}(t_{i-1}) = 0 & l_{i,1}(t_i) = 1 \\ l_{i,1}'(t_{i-1}) = 0 & l_{i,1}'(t_i) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

从而可得

$$\begin{cases} l_{i,0} = \left(\dfrac{t_i - t}{h_i}\right)^2 \left[(t - t_{i-1})^2 h_i^2 a_i + \dfrac{2(t - t_{i-1})}{h_i} + 1 \right] \\ l_{i,1} = \left(\dfrac{t - t_{i-1}}{h_i}\right)^2 \left[(t_i - t)^2 h_i^2 b_i + \dfrac{2(t_i - t)}{h_i} + 1 \right] \end{cases} \quad (7)$$

这里 $h_i = t_i - t_{i-1}$。

把式(7)代入式(3)有

$$P_i(t) = c_i (t - t_{i-1})^2 (t_i - t)^2 + \left(\frac{t_i - t}{h_i}\right)^2 \left[\frac{2(t - t_{i-1})}{h_i} + 1\right] \cdot y_{i-1} + \left(\frac{t - t_{i-1}}{h_i}\right)^2 \left[\frac{2(t_i - t)}{h_i} + 1\right] y_i \quad (8)$$

式中：$c_i = a_i y_{i-1} + b_i y_i$ 为任意变数。

2）提取潮汐曲线的凸、凹点信息。

由于高、低潮处是潮汐曲线的凸、凹点，因此要求

$$\begin{cases} P_i^{(2)}(t_i - 0)(y_i - y_{i-1}) \leqslant 0 \\ P_i^{(2)}(t_{i-1} + 0)(y_i - y_{i-1}) \geqslant 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \cdots, n \quad (9)$$

但考虑到由式(8)表达的潮汐曲线只有 n 个变数，很难完全满足式(9)的要求，因此转而建立以潮汐曲线尽量具有二阶光滑性的优化模型：

$$\begin{cases} Z = \mathrm{MIN} \displaystyle\sum_{i=1}^{n-1} \left[P_{i+1}^{(2)}(t_i + 0) - P_i^{(2)}(t_i - 0) \right]^2 \\ P_i^{(2)}(t_i - 0)(y_i - y_{i-1}) \leqslant 0, \quad i = 1, 2, \cdots, n \end{cases} \quad (10)$$

显然，如果目标函数最小值达到 0 时，则式(9)成立。由于

$$P_i^{(2)}(t) = 2c_i\left[(t_i + t_{i-1} - 2t)^2 - 2(t_i - t)(t - t_{i-1})\right] - \frac{12}{h_i^3}\left(t - \frac{t_i + t_{i-1}}{2}\right)(y_i - y_{i-1}) \quad (11)$$

由式(10)和式(11)可给出潮汐曲线尽量具有二阶光滑性的具体优化模型问题：

$$\begin{cases} Z = \mathrm{MIN} \displaystyle\sum_{i=1}^{n-1} \left[2c_{i+1} h_{i+1}^2 - 2c_i h_i^2 - \frac{6}{h_i^2} y_{i-1} + \left(-\frac{6}{h_{i+1}^2} + \frac{6}{h_i^2} \right) y_i + \frac{6}{h_{i+1}^2} y_{i+1} \right]^2 \\ \left[h_i^2 c_i + \dfrac{3}{h_i^2}(y_{i-1} - y_i) \right](y_i - y_{i-1}) \leqslant 0 \quad i = 1, 2, \cdots, n \end{cases} \quad (12)$$

由于模型(12)中的目标函数是二次多项式，故模型是一个二次规划问题。通过求解此二次规划问题，可给出各段的系数 $c_i, i = 1, 2, \cdots, n$，至此完成了利用多项式函数进行高低潮数据的信息提取工作。

3）调和分析及高低潮预报。

假设时间段 $[t_0,\ t_n]$ 上采用 N 个分潮做调合分析的拟合水位为

$$\eta_N(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{N} \left[a_j \cos(\omega_j t) + b_j \sin(\omega_j t) \right] \quad (13)$$

建立目标函数

$$\varphi(a_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \cdots, a_N, b_N) = \int_{t_0}^{t_n} \left[\eta_N(t) - P(t) \right]^2 \mathrm{d}t = \sum_{i=1}^{n} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \left[\eta_N(t) - P_i(t) \right]^2 \mathrm{d}t \quad (14)$$

为确定调和常数 $a_0, a_J, b_J, J = 1, 2, \cdots, N$，使目标函数取最小值，即要求

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \varphi}{\partial a_J} = 0 & J = 0, 1, \cdots, N \\ \dfrac{\partial \varphi}{\partial b_J} = 0 & J = 1, 2, \cdots, N \end{cases}$$

于是，可得到如下方程组

$$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{x} = \boldsymbol{F} \tag{15}$$

其中，$\boldsymbol{A} = (a_{ij})_{(2N+1)\times(2N+1)}$，$\boldsymbol{x} = (a_0, a_1, b_1, \cdots, a_N, b_N)$，$\boldsymbol{F} = (f_i)$　$i = 0, 1, \cdots, 2N$

$$f_i = \begin{cases} \int_{t_0}^{t_n} P(t)\,\mathrm{d}t & i = 0 \\ \int_{t_0}^{t_n} P(t)\cos(\omega_J t)\,\mathrm{d}t & i = 2J-1;\ J = 1, 2, \cdots, N \\ \int_{t_0}^{t_n} P(t)\sin(\omega_J t)\,\mathrm{d}t & i = 2J \end{cases} \tag{16}$$

$$\int_{t_0}^{t_n} P(t)\,\mathrm{d}t \overset{s=(t-t_{i-1})/h_i}{\underset{t=h_i s+t_{i-1}}{=}} \sum_{i=1}^{n} h_i \int_0^1 \{c_i h_i^4 s^2 (1-s)^2 + y_{i-1} \cdot (1-s)^2 (2s+1) + y_i s^2 [2(1-s)+1]\}\,\mathrm{d}s \tag{17}$$

$$\int_{t_0}^{t_n} P(t)\sin(\omega_J t)\,\mathrm{d}t \overset{s=(t-t_{i-1})/h_i}{\underset{t=h_i s+t_{i-1}}{=}} \sum_{i=1}^{n} h_i \int_0^1 \{c_i h_i^4 s^2 (1-s)^2 + y_{i-1} \cdot (1-s)^2 (2s+1) + y_i s^2 [2(1-s)+1]\} \sin[\omega_J (h_i s + t_{i-1})]\,\mathrm{d}s \tag{18}$$

$$\int_{t_0}^{t_n} P(t)\cos(\omega_J t)\,\mathrm{d}t \overset{s=(t-t_{i-1})/h_i}{\underset{t=h_i s+t_{i-1}}{=}} \sum_{i=1}^{n} h_i \int_0^1 \{c_i h_i^4 s^2 (1-s)^2 + y_{i-1}(1-s)^2 (2s+1) + y_i s^2 [2(1-s)+1]\} \cos[\omega_J \cdot (h_i s + t_{i-1})]\,\mathrm{d}s \tag{19}$$

调和分析计算的详细求解过程可参考文献[6]。高低潮时和潮位的预报根据文献[7]提出的基于牛顿迭代法的潮汐模型高低潮时计算方法进行计算。

3　模型分析比较

利用连云港站和高桥站实测高低潮数据，分别建立了基于高低潮数据的分段四次多项式插值的优化保形调和分析模型（OCTHM），进而进行天文潮预报。

3.1　潮位预报结果分析

根据 2005 年高低潮数据，分别用 Foreman[4] 模型和分段四次多项式插值的优化保形调和分析模型（OCTHM）对连云港站进行 2005 年天文潮后报和 1979 年天文潮预报，结果（图 1，2）显示 OCTHM 模型克服了 Foreman[4] 模型所存在的缺陷，消除了潮位抖动的现象，保留了天文潮变化曲线应有的形状和性质，且可以根据基于牛顿迭代法的潮汐模型高低潮时计算方法[7] 进行高低潮时预报。

为了进一步验证模型的潮位预报精度，分别利用 OCTHM 模型、Foreman[4] 模型和连云港 2005 年高低潮数据预报连云港 1962,1963,1966,1979 年的潮时和潮位，其中潮位预报均方差见表 1。同样利用高桥站 1965 年高低潮数据，建立了高桥站基于高低潮数据的分段四次多项式插值的优化保形调和分析模型（OCTHM）。潮位预报均方差见表 2。通过这些预报结果与实测数据的比较分析，表明对于只有高低潮数据情况下，利用 OCTHM 模型预报天文潮潮位具有可行性，精度也较高。

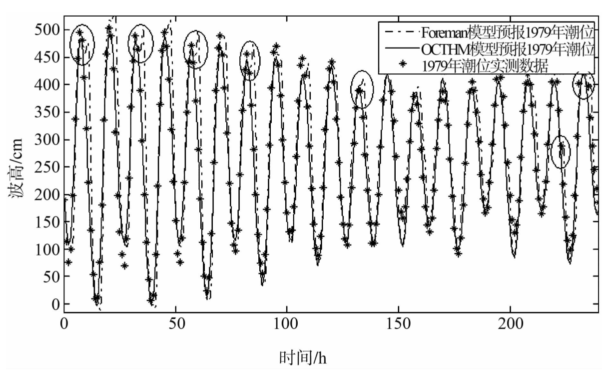

图 2　利用 1979 年高低潮资料预报结果比较

表 1　利用连云港站 2005 年高低潮资料建立 OCTHM 模型预报潮位均方差　cm

年份	均方差(OCTHM)	均方差(Foreman[4] 模型)
1962	32.832 4	65.631 0
1963	26.955 3	62.673 0
1966	26.607 8	63.307 3
1979	26.962 2	66.335 9

表 2　利用高桥站 1965 年高低潮资料建立的 OCTHM 模型预报潮位均方差

年份	1967	1971	1972	1973	1975	1977	1979	1981	1983	1987	2006	2008
均方差/cm	21.42	22.79	24.01	25.44	26.11	23.41	22.49	22.87	23.20	21.20	23.20	20.10

3.2 潮时预报结果分析

利用 OCTHM 模型后报连云港站 2005 年实测高低潮潮时，计算得到的均方差为 0.119 h，即 7 min左右。利用高桥站 1965 年的高低潮资料建立 OCTHM 模型，经过多年高低潮潮时的对比，计算得到潮时预报均方差见表 3。通过这些结果对比分析，充分证明了 OCTHM 模型对于预报高低潮时，具有较高的精度。

表 3　利用连云港站 1979 年高低潮资料建立 OCTHM 模型预报高低潮时均方差

年份	1967	1971	1972	1973	1975	1977	1979	1981	1983	1987	2006	2008
均方差/h	0.390	0.409	0.433	0.403	0.407	0.501	0.406	0.419	0.359	0.423	0.486	0.442

4 结语

根据天文潮曲线变化特有的性质——高、低潮位处一阶导数可设为零，且具有凸、凹性，基于二次规划算法，给出了建立分段四次多项式插值的优化保形潮汐调和分析模型（OCTHM）的一般方法。以江苏省连云港和上海高桥潮位站高、低潮资料为例，分别建立了连云港站和高桥站的优化保形调和分析预报模型。通过一系列结果的比较分析，OCTHM 算法不但克服了 Foreman[4] 模型算法会在个别潮位站出现结果严重失真、拟合曲线失态的现象，能够最大程度上还原天文潮变化曲线的特性，可以较为精准地预报高低潮时和潮位，对港口、航道水运工程设计、施工、运营，以及天文潮的研究具有重要的意义。

参考文献：

[1] 陈宗镛. 潮汐学[M]. 北京: 海洋出版社, 1980.

[2] 黄祖珂. 潮汐原理与计算[M]. 青岛: 海洋大学出版社, 2005.

[3] 方国洪, 郑文振, 陈宗镛, 等. 潮汐和潮流的分析和预报[M]. 北京: 海洋出版社, 1986.

[4] Foreman M G G, Henry R F. Tidal analysis based on high and low water observations[R]. Canada: Institute of Ocean Sciences, Patricia Bay, 1979: 1-36.

[5] 戴荣, 徐俊. 基于高低潮分析的天文潮推算[J]. 西北水电, 2011(2): 8-10.

[6] 王如云, 童章龙, 陈耀登, 等. 基于连续函数最小二乘法的潮汐迭代调和分析方法[J]. 中国水运, 2007(3): 116-118.

[7] 王如云, 周鹏, 周钧, 等. 基于牛顿迭代法的潮汐模型高低潮时计算方法[J]. 水运工程, 2013(2): 27-29.

（本文编辑　武亚庆）